

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Δίνεται γωνία  $\omega$  για την οποία ισχύει η ισότητα :  $\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{2}$  (1) .

(1) Να εξετάσετε αν η γωνία  $\omega$  είναι οξεία ή αμβλεία και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(2) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \eta\mu^3\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu^3\omega$$

$$B = \epsilon\phi\omega + \frac{1}{\epsilon\phi\omega}$$

$$\Gamma = (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2$$

$$\Delta = (\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 - (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2$$

$$E = \eta\mu(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) + \eta\mu 30^\circ$$

$$Z = \eta\mu(10^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(170^\circ + \omega) - \sigma\upsilon\nu(10^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(170^\circ + \omega)$$

(3) Να λύσετε την εξίσωση:  $(\eta\mu\omega) \cdot \chi^2 - \sqrt{2} \cdot \chi + \sigma\upsilon\nu\omega = 0$  και να αποδείξετε

ότι:  $\chi > \frac{\sqrt{2}}{2}$  .

(4) Να λύσετε την ανίσωση:  $\frac{\chi}{\eta\mu\omega} + \frac{\chi-1}{\sigma\upsilon\nu\omega} > 2 - \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\omega}$  .

(5) Να αποδείξετε ότι:  $\eta\mu\omega = \sigma\upsilon\nu\omega$  .

(6) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\omega$  (σε μοίρες) .

Για τα επόμενα ερωτήματα να θεωρήσετε ότι:  $\omega = 45^\circ$ .

(7) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά με κάποιο από τα σύμβολα  $>$ ,  $<$ ,  $=$  δικαιολογώντας όπου χρειάζεται την απάντησή σας.

$$\eta\mu\omega \dots \epsilon\varphi(\omega - 15^\circ)$$

$$\eta\mu^2\omega \dots \sigma\upsilon\nu(\omega + 15^\circ)$$

$$\epsilon\varphi\omega \dots \eta\mu 2\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega \dots \eta\mu(\omega + 15^\circ)$$

(8) Δίνεται σημείο  $M(\chi, \psi)$  στο επίπεδο  $\chi O\psi$  τέτοιο ώστε  $\hat{\chi O M} = \omega$ , όπου  $O(0, 0)$  είναι η αρχή των αξόνων.

(α) Να αποδείξετε ότι:  $\psi = \chi$ .

(β) Να αποδείξετε ότι:  $(OM) = \sqrt{2} \cdot \chi$ .

(9) Θεωρούμε το σημείο  $M'$ , που είναι το συμμετρικό του σημείου  $M$  ως προς τον άξονα  $\psi'\psi$ . Αν ισχύει:  $(MM') = 4$ , τότε:

(α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $M$ .

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $MOM'$ .

(10) Θεωρούμε τον κύκλο που διέρχεται (περνάει) από τα σημεία  $O, M, M'$ .

(α) Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου.

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου.

(11) Αν  $\hat{\chi O M'} = \omega'$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του κλάσματος:

$$K = \frac{\sigma\upsilon\nu(\omega' - 15^\circ) + \eta\mu(\omega' - 105^\circ)}{2023 \cdot (\epsilon\varphi\omega)^{2023}}.$$

(12) Αν  $\hat{\chi O M'} = \omega'$ , να υπολογίσετε το πρόσημο της παράστασης:

$$\Lambda = \frac{\sigma\upsilon\nu(\omega' + 25^\circ) \cdot \eta\mu(\omega' + 20^\circ)}{\epsilon\varphi(\omega' + 10^\circ) \cdot [\sigma\upsilon\nu(\omega' + 35^\circ) + \epsilon\varphi(\omega' - 5^\circ)]}.$$

